INTERROGATION ECRITE DE MICROECONOMIE
L2S3 – SEG – r.foudi

Seconde Interrogation – Décembre 2013

CORRIGES DES EXERCICES ET BAREME

Remarque à propos de la maximisation sous contrainte :

Elle est réalisée dans ces corrigés au moyen de la méthode du remplacement. Pour ne pas alourdir la présentation, nous avons volontairement omis l'écriture normale du programme du consommateur telle que réalisée en TD. Elle est normalement la première étape des calculs.

L'optimum peut cependant, comme certains l'ont fait, être calculé au moyen de l'égalité toujours vérifiée à l'optimum :
$TMS_{y/x}$ = px / py puisque le rapport des prix est connu. Il est alors possible de déterminer *y = f(x)*. En égalisant cette expression de y avec l'équation de la contrainte, on obtient ainsi x*. Et par remplacement y* et U*.
Les points sont donc accordés lorsque cette méthode est choisie. La totalité des points n'est acquise que si *est vérifiée la condition de convexité* :
La méthode du remplacement réalise cette vérification avec la condition du second ordre (U''<0). Il faut donc avec la méthode du TMS la réaliser aussi, en montrant que celui-ci est décroissant le long de la courbe d'indifférence (voir les exercices de TD où ceci est appliqué).

Les effets : à condition d'être correctement représentés, ils sont au choix (hausse ou baisse), et pour l'effet prix (p_x ou p_y).

Remarque : Il est recommandé de refaire ces exercices d'initiation si votre note est insatisfaisante. Ceci en vue de l'examen de Janvier 2014.

NOM :	Prénom :		Groupe de TD N°

(NB : utiliser le dos de la feuille si nécessaire)

Soit la fonction U=U(x,y) = (x+1) (y+2)

Le revenu du consommateur intégralement dépensé : R = 40

Les prix des biens sont : px = 2

py = 4

Question 1 : Déterminer l'équilibre ou optimum du consommateur

La contrainte de budget :

R = xpx + ypy ==> y = - x (px/py) + R/py $\boxed{1}$

y = -x (1/2) + 10

(réponse) y = - (1/2) x + 10 $\boxed{2}$

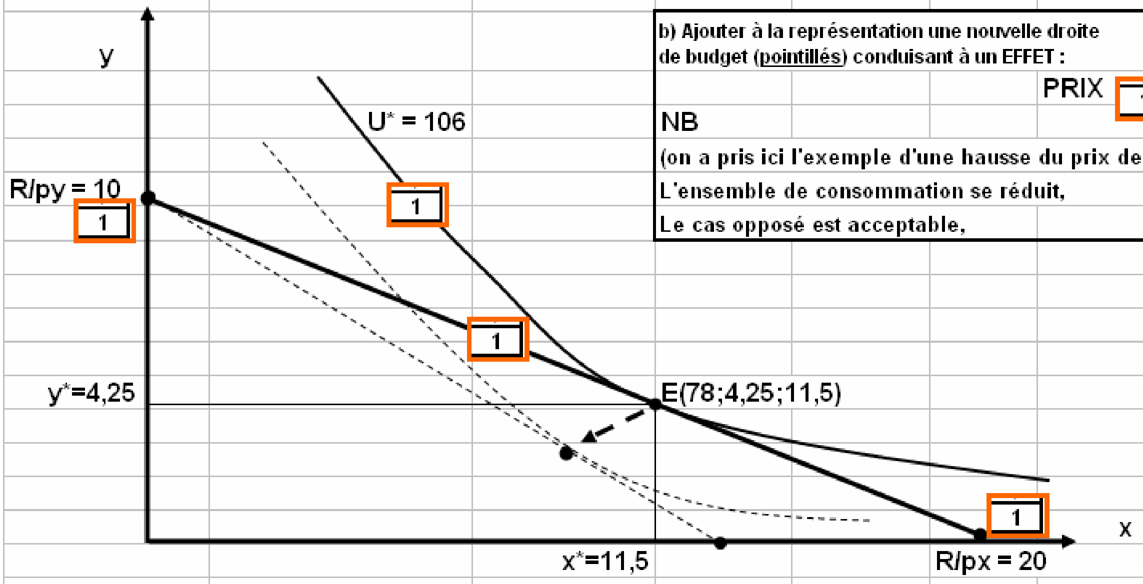
Recherche de l'optimum (E):	Valeurs obtenues
Par remplacement U = (x+1) (- (1/2)x + 10 + 2)	x* = 11,5 $\boxed{2}$
Le développement du produit aboutit à :	
U = -(1/2) x² + (23/2) x + 12 = - 0,5 x² + 11,5 x+ 12 $\boxed{2}$	
La condition du premier ordre (extremum) est : U' = 0	
soit - x + 11,5 = 0 ===> x = 11,5	y* = 4,25 $\boxed{2}$
en remplaçant dans la contrainte : y = - (1/2) 11,5 + 10 = - 5,75 + 10	
y = 4,25	
La satisfaction maximale est U = (11,5 + 1) (4,25 + 2) = 78,125 <=> 78	
La condition du second ordre est : U'' < 0 soit U'' = -1 <0 $\boxed{2}$	U* = 78,125 = 78
L'extremum est donc bien un maximum,	

Ecriture de l'optimum (E) :

formelle : E(U*, x*,y*) trouvé : E(78;4,25;11,5) $\boxed{1}$

Question 2 : Graphique représentatif de l'optimum trouvé

a) Le graphique peut être approximatif, mais cohérent et comporter toutes les valeurs trouvées



b) Ajouter à la représentation une nouvelle droite de budget (<u>pointillés</u>) conduisant à un EFFET :

PRIX $\boxed{1}$

NB

(on a pris ici l'exemple d'une hausse du prix de X.

L'ensemble de consommation se réduit,

Le cas opposé est acceptable,

	définition	résultat	
Question 3 : calculer le TMS(y/x) : U = xy + 2x + y + 2 et	TMS(y/x) = U'x/U'y	= (y+2)/(x+1)	$\boxed{3}$

ou TMS(y/x) = -(dy/dx) donc U= (x+1) (y+2) ==> (y+2) = U*/x+1 <=> y = (U*/x+1) - 2 ==> TMS(y/x) = U*/(x+1)²

NOM :		Prénom :			Groupe de TD N°

(NB : utiliser le dos de la feuille si nécessaire)

Soit la fonction U=U(x,y) = (1/4)*x* 2*y*

Le revenu du consommateur intégralement dépensé : R = 40

Les prix des biens sont : px = 15

py = 5

Question 1 : Déterminer l'équilibre ou optimum du consommateur

La contrainte de budget :

R = xpx + ypy ==> y = - x (px/py) + R/py 1

y = -x (15/5) + 40/5

(réponse) y = - 3 x + 8 2

Recherche de l'optimum (E): — Valeurs obtenues

Par remplacement U = 1/4 x [2 (-3x + 8)] — $x^* = 1,33$ 2

Le développement du produit aboutit à :

U = -(3/2) x² +4 x 2

La condition du premier ordre (extremum) est : U' = 0

soit - 3x + 4 = 0 ===> x = 1,33 — $y^* = 4$ 2

en remplaçant dans la contrainte : y = -3 (1,33 + 8) = 4

y = 4

La satisfaction maximale est U = [(1/4)×1,33] × 4 = 4,33

La condition du second ordre est : U'' < 0 soit U'' = -3 <0 2 — U^* = 4,33 ou 4

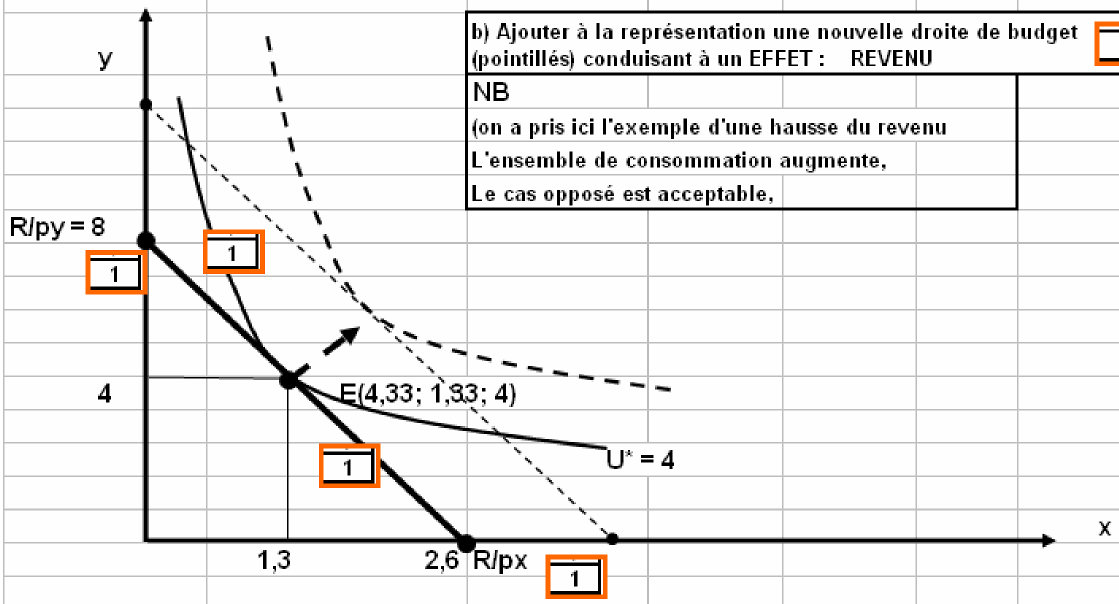
L'extremum est donc bien un maximum,

Ecriture de l'optimum (E) :

formelle : E(U^*, x^*,y^*) trouvé : E(4,33; 1,33; 4) 1

Question 2 : Graphique représentatif de l'optimum trouvé

a) Le graphique peut être approximatif, mais cohérent et comporter toutes les valeurs trouvées



b) Ajouter à la représentation une nouvelle droite de budget (pointillés) conduisant à un EFFET : REVENU 1

NB

(on a pris ici l'exemple d'une hausse du revenu

L'ensemble de consommation augmente,

Le cas opposé est acceptable,

	définition		résultat

Question 3 : calculer le TMS(y/x) : TMS(y/x) = U'x/U'y = y/x 3

ou TMS(y/x) = -(dy/dx). Soit y = (U*) / 0,5 x donc TMS(y/x) = U* / (0,5 x)²

NOM :		Prénom :			Groupe de TD N°

(NB : utiliser le dos de la feuille si nécessaire)

Soit la fonction (1/3) x y

Le revenu du consommateur intégralement dépensé : R = 42

Les prix des biens sont : px = 1

py = 3

Question 1 : Déterminer l'équilibre ou optimum du consommateur

La contrainte de budget :

R = xpx + ypy ==> y = - x (px/py) + R/py 1

y = - (1/3) x + 14

(réponse) y = - (1/3) x + 14 2

Recherche de l'optimum (E): — Valeurs obtenues

Par remplacement U = (1/3) x [- (1/3) x + 14] — x^* = 21 2

Le développement du produit aboutit à :

U = - (1/9) x² + (14/3) x 2

La condition du premier ordre (extremum) est : U' = 0

soit - (2/9) x + (14/3) = 0 ==> x = 21 — y^* = 7 2

en remplaçant dans la contrainte : y = -(1/3) 21 + 14 = 7

La satisfaction maximale est U = 1/3 (21× 7) = 49

La condition du second ordre est : U'' < 0 soit U'' = -(1/9) < 0 2 — U^* =49

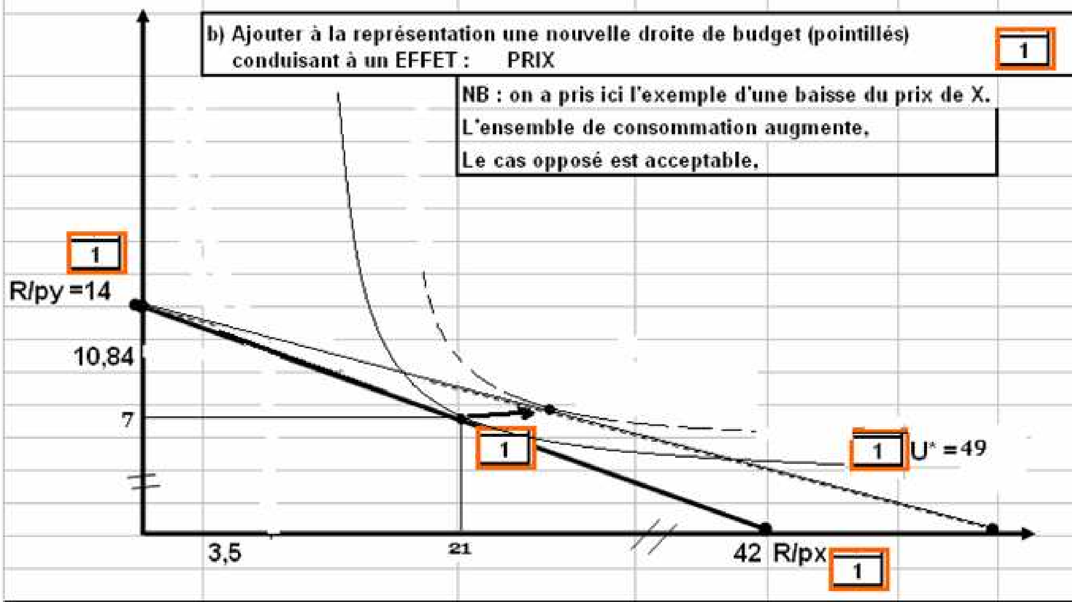
L'extremum est donc bien un maximum,

Ecriture de l'optimum (E) :

formelle : E(U^*, x^*,y^*) trouvé : E(49;21;7) 1

Question 2 : Graphique représentatif de l'optimum trouvé

a) Le graphique peut être approximatif, mais cohérent et comporter toutes les valeurs trouvées



définition — résultat

Question 3 : calculer le TMS(y/x) : TMS(y/x) = U'x/U'y = y/x 3

ou TMS(y/x) = -(dy/dx). Soit y = (U^*) / (1/3) x ==> donc TMS(y/x) = U^* / (1/3 x)²

NOM :		Prénom :			Groupe de TD N°

(NB : utiliser le dos de la feuille si nécessaire)

Soit la fonction $U=U(x,y) = (1/2)\ x\ (y+1)$

Le revenu du consommateur intégralement dépensé : R = 16

Les prix des biens sont : px = 4 ; py = 2

Question 1 : Déterminer l'équilibre ou optimum du consommateur

La contrainte de budget :

R = xpx + ypy ==> y = - x (px/py) + R/py $\boxed{1}$

y = - 2 x + 8

(réponse) y = - 2 x + 8 $\boxed{2}$

Recherche de l'optimum (E):

Par remplacement U = (1/2) x [- 2 x + 9]

Le développement du produit aboutit à :

$U = - x^2 + 4{,}5x$ $\boxed{2}$

La condition du premier ordre (extremum) est : U' = 0

soit - 2x + 4,5 = 0 ==>x = 2,25

en remplaçant dans la contrainte : y = (-2×2,25) + 8 = 3,5

La satisfaction maximale est

U = (1/2) 2,25 (3,5 + 1) = 5

La condition du second ordre est : U'' < 0 soit U'' = - 2< 0 $\boxed{2}$

L'extremum est donc bien un maximum,

Valeurs obtenues :

- $x^* = 2{,}25$ $\boxed{2}$
- $y^* = 3{,}5$ $\boxed{2}$
- $U^* = 5$

Ecriture de l'optimum (E) :

formelle : $E(U^*, x^*, y^*)$ trouvé : E(5 ; 2,25; 3,5) $\boxed{1}$

Question 2 : Graphique représentatif de l'optimum trouvé

a) Le graphique peut être approximatif, mais cohérent et comporter toutes les valeurs trouvées

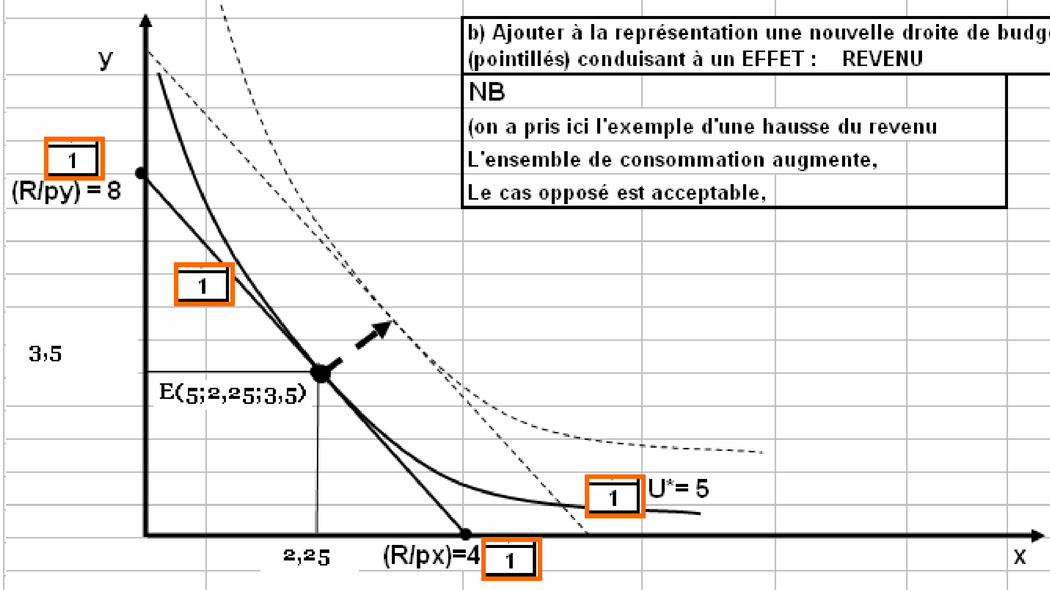
b) Ajouter à la représentation une nouvelle droite de budget (pointillés) conduisant à un EFFET : REVENU $\boxed{1}$

NB

(on a pris ici l'exemple d'une hausse du revenu

L'ensemble de consommation augmente,

Le cas opposé est acceptable,



Question 3 : calculer le TMS(y/x) : TMS(y/x) = U'x/U'y = (y + 1) /x $\boxed{3}$

ou TMS(y/x) = -(dy/dx). Soit y = [2 (U*) / x] - 1 ==> donc TMS(y/x) = (2 U*) / x^2

NOM :		Prénom :			Groupe de TD N°

(NB : utiliser le dos de la feuille si nécessaire)

Soit la fonction U=U(x,y) = (1/2) x y

Le revenu du consommateur intégralement dépensé : R = 10

Les prix des biens sont : px = 2

py = 1

Question 1 : Déterminer l'équilibre ou optimum du consommateur

La contrainte de budget :

R = xpx + ypy ==> y = - x (px/py) + R/py [1]

y = - 2 x + 10

(réponse) y = - 2 x + 10 [2]

Recherche de l'optimum (E): — Valeurs obtenues

Par remplacement U = (1/2) *x* [- 2 *x* + 10]

Le développement du produit aboutit à :

U = - x² + 5 x [2]

La condition du premier ordre (extremum) est : U' = 0

soit - 2x + 5 = 0 ==>x = 2,5 — x* = 2,5 [2]

en remplaçant dans la contrainte : y = (-2× 2,5) + 10 = 5 — y* = 5 [2]

La satisfaction maximale est

U = (1/2) × 2,5 × 5 = 6,75

La condition du second ordre est : U'' < 0 soit U'' = - 2< 0 [2] — U* = 6,75

L'extremum est donc bien un maximum,

Ecriture de l'optimum (E) :

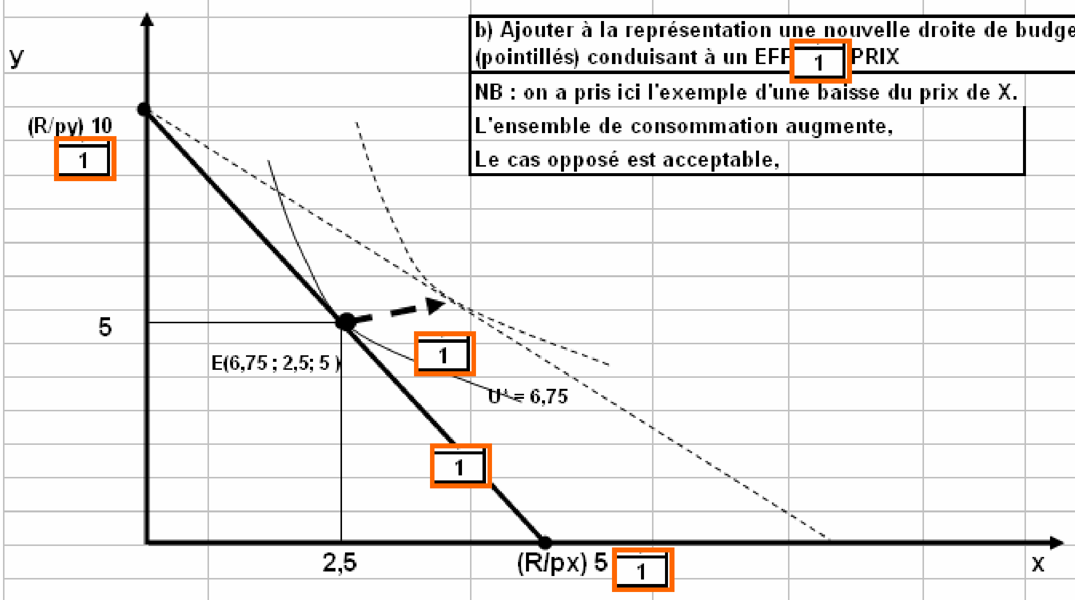
formelle : E(U*, x*,y*) trouvé : E(6,75 ; 2,5; 5) [1]

Question 2 : Graphique représentatif de l'optimum trouvé

a) Le graphique peut être approximatif, mais cohérent et comporter toutes les valeurs trouvées

b) Ajouter à la représentation une nouvelle droite de budget (pointillés) conduisant à un EFF [1] PRIX

NB : on a pris ici l'exemple d'une baisse du prix de X.
L'ensemble de consommation augmente,
Le cas opposé est acceptable,



Question 3 : calculer le TMS(y/x) : TMS(y/x) = U'x/U'y = y/x [3]

ou TMS(y/x) = -(dy/dx). Soit y = 2U* / x donc TMS(y/x) = 2 U* / x²

NOM :		Prénom :			Groupe de TD N°

(NB : utiliser le dos de la feuille si nécessaire)

Soit la fonction $U=U(x,y) = 2\,x\,y$

Le revenu du consommateur intégralement dépensé : $R = 20$

Les prix des biens sont : $px = 1$; $py = 2$

Question 1 : Déterminer l'équilibre ou optimum du consommateur

La contrainte de budget :

$R = xpx + ypy \Longrightarrow y = - x\,(px/py) + R/py$ — 1

$y = - (1/2)\,x + 10$

(réponse) $y = - (1/2)\,x + 10$ — 2

Recherche de l'optimum (E): — Valeurs obtenues

Par remplacement $U = 2\,x\,(-1/2\,x + 10)$ — $x^* = 10$ — 2

Le développement du produit aboutit à :

$U = - x^2 + 20\,x$ — 2

La condition du premier ordre (extremum) est : $U' = 0$

soit $- 2x + 20 = 0 \Longrightarrow x = 10$ — $y^* = 5$ — 2

en remplaçant dans la contrainte : $y = -1/2\,(10) + 10 = 5$

La satisfaction maximale est

$U = 2 \times 10 \times 5 = 100$

La condition du second ordre est : $U'' < 0$ soit $U'' = - 2 < 0$ — 2 — $U^* = 100$

L'extremum est donc bien un maximum,

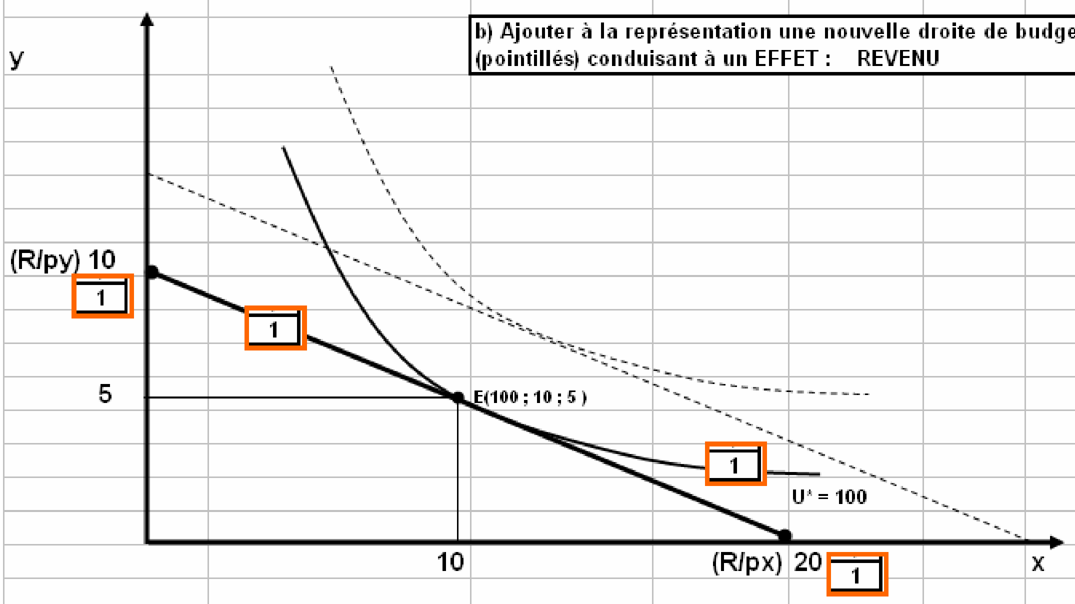
Ecriture de l'optimum (E) :

formelle : $E(U^*, x^*, y^*)$ trouvé : $E(100 ; 10 ; 5)$ — 1

Question 2 : Graphique représentatif de l'optimum trouvé

a) Le graphique peut être approximatif, mais cohérent et comporter toutes les valeurs trouvées

b) Ajouter à la représentation une nouvelle droite de budget (pointillés) conduisant à un EFFET : REVENU — 1



Question 3 : calculer le TMS(y/x) : $TMS(y/x) = U'x/U'y = y/x$ — 3

ou $TMS(y/x) = -(dy/dx)$. Soit $y = U^* / 2x$ donc $TMS(y/x) = U^* / 2x^2$

FIN DU DOCUMENT