STAGE DE PRERENTREE

MATHEMATIQUES

CALCUL DE PUISSANCES

- *Définition*
- *Règle de calcul*
- *Propriétés*
- *Cas particuliers*
- *Racine carré et résolution d'équation // ln & expo*
- ***Exercices***

FACTORISATION, DEVELOPPEMENT

- *Définition*
- ***Exercices***

EQUATION, INEQUATION

- ***Fichier joint***
- ***Exercices***

STATISTIQUE DESCRIPTIVE

- *Définition*

Une série statistique porte sur un **caractère** (âge, poids, couleur, … etc.) dont on a relevé certaines modalités (10 ans, 15 ans, 20 ans, … etc.).

Les données sont présentées dans un tableau dans lequel on indique, pour chaque **modalité du caractère**, le nombre de fois où on a relevé cette valeur.

Ce « nombre de fois » s'appelle **l'effectif**. On peut, en plus de ces effectifs, ou à leur place, indiquer la proportion de chaque modalité dans l'ensemble des données. Cette proportion s'appelle la fréquence de la modalité.

La modalité du caractère étudié peut être d'ordre **qualitatif** ou **quantitatif**.

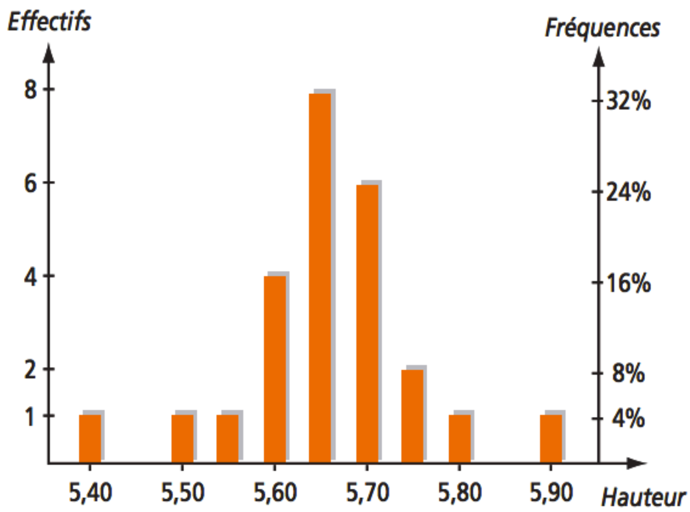
- *Représentation graphique*

Pour représenter ces séries statistiques on utilise habituellement des **diagrammes en barres** ou des **diagrammes circulaires**, les hauteurs des barres ou les angles des secteurs angulaires étant proportionnels aux effectifs ou aux **fréquences**.

Représentez le diagramme en barre & circulaire pour les deux exemples.

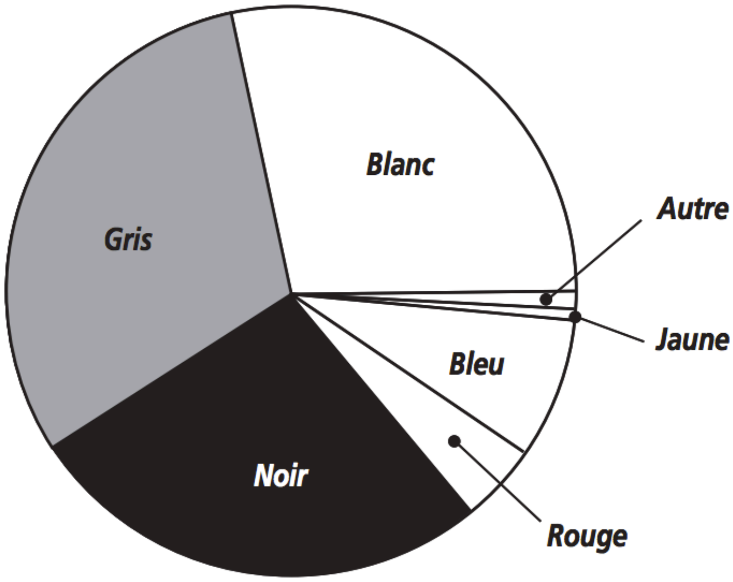
EX 1 :

Hauteur	5,40	5,50	5,55	5,60	5,65	5,70	5,75	5,80	5,90
Nb de sauts	1	1	1	4	8	6	2	1	1
Fréquences	4 %	4 %	4 %	16 %	32 %	24 %	8 %	4 %	4 %



EX 2 :

Couleur	Blanc	Gris	Noir	Rouge	Bleu	Jaune	Autre
Nb de véhicules	1425	1550	1350	200	400	20	55
Fréquences	28,5 %	31 %	27 %	4 %	8 %	0,4 %	1,1 %



- *Calcul statistique*

Le calcul de l'étendue, de la moyenne et de la médiane n'est possible que pour les caractères quantitatifs.

- Etendue : valeur max – valeur min
- Moyenne : Somme N_iX_i / *N*
- Médiane : nombre qui sépare la série ordonnée en valeurs croissantes **en deux groupes de même effectif**.

– si l'effectif total *N* est un nombre impair, la médiane est le terme de rang

$$\frac{n+1}{2}$$

– si l'effectif total n est un nombre pair, la médiane est le centre de l'intervalle formé par les termes de rang $\frac{n}{2}$ et $\frac{n}{2}+1$

- ***Exercices***

NOTION DE PROBABILITE

- *Définition & évènements*
- *Probabilités indépendantes*
- *Probabilités conditionnelles*
- *Arbre pondéré*
- ***Exercices***

EQUATION • INEQUATION

Exercice 1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x^2-4x-5=0$

2) $x^2+16x+23=0$

3) $x^2-11x+28=0$

4) $x^2+x-1=0$

5) $-5x^2+2\sqrt{5}x-1=0$

6) $-4x^2-x-6=0$

7) $-6x^2+23x+4=0$

8) $3x^2-2\sqrt{6}x+3=0$

9) $-\frac{1}{2}x^2-\frac{11}{3}x-\frac{7}{6}=0$

Exercice 2 :

Factoriser les trinômes suivants :

1) $3x^2+2x$

2) $2x^2-9x-5$

3) $-3x^2+11x-8$

4) $\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-12$

Exercice 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-x^2-4x+5\geqslant 0$

2) $x^2+x-3\geqslant 0$

3) $-3x^2+4x-2>0$

4) $(2x-3)(-2x^2+5x+3)>0$

5) $\frac{1-4x}{x^2+x+1}\leqslant 0$

Exercice 4 :

Déterminer dans les cas suivants les réels x et y (s'ils existent) sachant que leur somme est égale à S et leur produit égal à P :

1) $S=29$ et $P=198$

2) $S=200$ et $P=9999$

Exercice 5 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x^4+x^2+1=0$

2) $3x^4-4x^2+1=0$

3) $\sqrt{2x-1}=1-2x$

4) $x-5\sqrt{x}+6=0$

5) $\sqrt{x^2-8}=2x-5$

Réponses exercice 1 :

1) $S=\{-1;5\}$

2) $S=\left\{-8-\sqrt{41};-8+\sqrt{41}\right\}$

3) $S=\{4;7\}$

4) $S=\left\{\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

5) $S=\left\{\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right\}$

6) $S=\varnothing$

7) $S=\left\{-\dfrac{1}{6};4\right\}$

8) $S=\varnothing$

9) $S=\left\{-7;-\dfrac{1}{3}\right\}$

Réponses exercice 2 :

1) $x(3x+2)$

2) $2(x+\dfrac{1}{2})(x-5)$

3) $-3(x-1)(x-\dfrac{8}{3})$

4) $\dfrac{1}{2}(x+3)(x-8)$

Réponses exercice 3 :

1) $S=[-5;1]$

2) $S=\left]-\infty;\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2};+\infty\right[$

3) $S=\varnothing$

4) $S=\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right[\cup\left]\dfrac{3}{2};3\right[$

5) $S=\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right[$

Réponses exercice 4 :

1) $\begin{cases} x=11 \\ y=18 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=18 \\ y=11 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x=99 \\ y=101 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=101 \\ y=99 \end{cases}$

Réponses exercice 5 :

1) $S=\varnothing$

2) $S=\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{3};-\dfrac{\sqrt{3}}{3};1;-1\right\}$

3) $S=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

4) $S = \{4; 9\}$

5) $S = \left\{3; \dfrac{11}{3}\right\}$

DEVELOPPEMENT • FACTORISATION

Exercice 1. Recopier et compléter les développements.

1. $(3x+2)^2 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = \cdots$

2. $(4x-5)^2 = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = \cdots$

3. $(5x+2)(5x-2) = (\dots)^2 - (\dots)^2 = \cdots$

Exercice 2. Développer et ordonner les expressions.

$$A = (x-2)^2 \qquad B = (x+1)^2 \qquad C = (2x+1)^2 \qquad D = (x+3)^2 - (x+2)^2.$$

Exercice 3. Calculer les expressions suivantes de manière judicieuse.

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right)^2 \qquad B = \left(\sqrt{5} + 4\right)^2 \qquad C = \left(5 + \frac{3}{2}\right)^2 \qquad D = \left(\sqrt{3} + \sqrt{7}\right)^2.$$

Exercice 4. Développer puis réduire.

$$A = (x+3)(5-x) \qquad B = (2x-1)(x-4)$$
$$C = (2-3x)(x+1) + (x+2)(x-5) \qquad D = (x+2)(x+3) - (x+4)(x+5).$$

Exercice 5. Recopier puis compléter.

1. $4x^2 - 12x + 9 = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots - \cdots)^2$

2. $16x^2 + 40x + 25 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots + \cdots)^2$

3. $(x-6)^2 - 25 = (\dots)^2 - (\dots)^2 = (\dots + \cdots)(\dots - \cdots)$.

Exercice 6. Recopier puis compléter.

1. $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots - \cdots)^2$

2. $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots + \cdots)^2$

3. $4(x+5)^2 - 9(2x+1)^2 = (\dots)^2 - (\dots)^2 = (\dots + \cdots)(\dots - \cdots)$.

Exercice 7. Factoriser les expressions suivantes.

$$A = x^2 - 49 \qquad B = 4x^2 - 25 \qquad C = x^2 - 22x + 121 \qquad D = 9x^2 + 30x + 25.$$

Exercice 8. Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (x-3)^2 - 16 \qquad B = 4(x-1)^2 - 81$$
$$C = (3x-7)^2 - (x+2)^2 \qquad D = (5+x)^2 - 36x^2.$$

Exercice 9. Développer.

$$A = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) \qquad B = \left(\frac{3}{5}x - 1\right)\left(\frac{1}{3}x + 15\right)$$
$$C = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \qquad D = \left(x - \frac{5}{3}\right)\left(x - \frac{1}{15}\right).$$

Exercice 10. Développer puis ordonner les expressions.

$$A = 3(x-7) - 2(x+4) \qquad B = \frac{x-1}{4} - \frac{2x+2}{3} - 1$$
$$C = \frac{2}{3}\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{1}{2}\left(3 - \frac{x}{3}\right) + 2 \qquad D = \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + x\left(\frac{x+4}{3}\right).$$

Exercice 11. Calculer les expressions suivantes de manière judicieuse.

$$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \qquad B = \left(\sqrt{5} + 4\right)^2 - \left(\sqrt{5} + 3\right)^2$$

$$C = \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{2}\right)^2 \qquad D = \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{5} + \sqrt{7}\right)^2.$$

Exercice 12. Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (2x - 1)^2 - (x + 3)(2x - 1) \qquad B = (4x - 3)(x + 2) - (20x - 15)$$

$$C = (x^2 - 16) + (x - 4)(5x + 7) \qquad D = (3x - 8)(x - 7) + (x^2 - 49).$$

Exercice 13. Soit $A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6), x \in \mathbf{R}$.

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.

2. Factoriser $A(x)$.

3. Développer la forme factorisée de $A(x)$ et comparer avec la forme développée vue en 1.

4. Choisir l'expression la mieux adaptée pour la calculer les nombres suivants.

$$A\left(\sqrt{2}\right) \qquad A(5) \qquad A(-6) \qquad A\left(2 - \sqrt{3}\right) \qquad A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Exercice 14. Compléter les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

$$A = x^2 + 6x + \cdots = (\ldots + \cdots)^2 \qquad B = \cdots - 12x + 9 = (\ldots - \cdots)^2$$

$$C = 16x^2 - \cdots + 4y^2 = (\ldots - \cdots)^2 \qquad D = \cdots + 30ab + \cdots = (\ldots + 3b)^2.$$

Exercice 15. Compléter les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

$$A = x^2 + 14xy + \cdots = (\ldots + \cdots)^2 \qquad B = \cdots - 48x + 64 = (\ldots - \cdots)^2$$

$$C = \frac{4}{9}x^2 - \cdots + \frac{y^2}{4} = (\ldots - \cdots)^2 \qquad D = \cdots + ab + \cdots = \left(\ldots + \frac{1}{6}b\right)^2.$$

Exercice 1. Recopions et complétons les développements.
1. $(3x+2)^2=(3x)^2+2\times 3x\times 2+(2)^2=9x^2+12x+4$.
2. $(4x-5)^2=(4x)^2-2\times 4x\times 5+(5)^2=16x^2-40x+25$.
3. $(5x+2)(5x-2)=(5x)^2-(2)^2=25x^2-4$.

Exercice 2. Développons et ordonnons les expressions.
$A=(x-2)^2=x^2-2\times x\times 2+2^2=x^2-4x+4$.
$B=(x+1)^2=x^2+2x+1$.
$C=(2x+1)^2=(2x)^2+2\times 2x\times 1+1^2=4x^2+4x+1$.
$D=(x+3)^2-(x+2)^2=(x^2+6x+9)-(x^2+4x+4)=x^2+6x+9-x^2-4x-4=2x+5$.

Exercice 3. Calculons les expressions suivantes de manière judicieuse.
Correct mais peu judicieux :
$A=\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{1}{4}-2\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{9}{25}=\frac{1}{4}-\frac{3}{5}+\frac{9}{25}=\frac{25}{100}-\frac{60}{100}+\frac{36}{100}=\frac{1}{100}$.
Plus judicieux :
$A=\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)^2=\left(\frac{5}{10}-\frac{6}{10}\right)^2=\left(-\frac{1}{10}\right)^2=\frac{1}{100}$.
$B=\left(\sqrt{5}+4\right)^2=5+2\times\sqrt{5}\times 4+16=21+8\sqrt{5}$.
$C=\left(5+\frac{3}{2}\right)^2=\left(\frac{10}{2}+\frac{3}{2}\right)^2=\left(\frac{13}{2}\right)^2=\frac{169}{4}$.
$D=\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)^2=3+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}+7=10+2\sqrt{21}$.

Exercice 4. Développons puis réduisons.
$A=(x+3)(5-x)=5x-x^2+15-3x=-x^2+2x+15$.
$B=(2x-1)(x-4)=2x^2-8x-x+4=2x^2-9x+4$.
$C=(2-3x)(x+1)+(x+2)(x-5)=2x+2-3x^2-3x+x^2-5x+2x-10$
$=-2x^2-4x-8$.
$D=(x+2)(x+3)-(x+4)(x+5)=x^2+3x+2x+6-(x^2+5x+4x+20)$
$=x^2+5x+6-(x^2+9x+20)=x^2+5x+6-x^2-9x-20=-4x-14$.

Exercice 5. Recopions puis complétons.
1. $4x^2-12x+9=(2x)^2-2\times 2x\times 3+(3)^2=(2x-3)^2$.
2. $16x^2+40x+25=(4x)^2+2\times 4x\times 5+(5)^2=(4x+5)^2$.
3. $(x-6)^2-25=(x-6)^2-(5)^2=(x-6+5)(x-6-5)=(x-1)(x-11)$.

Exercice 6. Recopions puis complétons.
1. $x^2-3x+\frac{9}{4}=(x)^2-2\times x\times\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$.
2. $\frac{1}{4}x^2+x+1=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times x\times 1+(1)^2=\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$.
3. $4(x+5)^2-9(2x+1)^2=\big(2(x+5)\big)^2-\big(3(2x+1)\big)^2$
$=\big(2(x+5)+3(2x+1)\big)\big(2(x+5)-3(2x+1)\big)$
$=(2x+10+6x+3)(2x+10-6x-3)=(8x+13)(-4x+7)$.

Exercice 7. Factorisons les expressions suivantes.

$A = x^2 - 49 = x^2 - 7^2 = (x+7)(x-7).$

$B = 4x^2 - 25 = (2x) - 5^2 = (2x+5)(2x-5).$

$C = x^2 - 22x + 121 = x^2 - 2 \times x \times 11 + 11^2 = (x-11)^2.$

$D = 9x^2 + 30x + 25 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = (3x+5)^2.$

Exercice 8. Factorisons les expressions suivantes.

$A = (x-3)^2 - 16 = (x-3)^2 - 4^2 = (x-3+4)(x-3-4) = (x+1)(x-7).$

$$B = 4(x-1)^2 - 81 = \big(2(x-1)\big)^2 - 9^2 = (2(x-1)+9)(2(x-1)-9)$$
$$= (2x-2+9)(2x-2-9) = (2x+7)(2x-11).$$

$C = (3x-7)^2 - (x+2)^2 = (3x-7+x+2)(3x-7-x-2) = (4x-5)(2x-9).$

$D = (5+x)^2 - 36x^2 = (5+x)^2 - (6x)^2 = (5+x+6x)(5+x-6x) = (7x+5)(-5x+5).$

Exercice 9. Développons.

$$A = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x \times \frac{2}{3} - 3x - 3 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{x}{3} - 3x - 2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{x}{3} - \frac{9x}{3} - 2$$
$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{8x}{3} - 2.$$

$$B = \left(\frac{3}{5}x - 1\right)\left(\frac{1}{3}x + 15\right) = \frac{3}{5}x \times \frac{1}{3}x + \frac{3}{5}x \times 15 - \frac{1}{3}x - 15 = \frac{1}{5}x^2 + 9x - \frac{1}{3}x - 15$$
$$= \frac{1}{5}x^2 + \frac{27}{3}x - \frac{1}{3}x - 15 = \frac{1}{5}x^2 + \frac{26}{3}x - 15.$$

$$C = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = x^2 - \frac{3}{6}x + \frac{2}{6}x - \frac{1}{6} = x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}.$$

$$D = \left(x - \frac{5}{3}\right)\left(x - \frac{1}{15}\right) = x^2 - \frac{1}{15}x - \frac{5}{3}x + \frac{5}{3} \times \frac{1}{15} = x^2 - \frac{1}{15}x - \frac{25}{15}x + \frac{1}{9} = x^2 - \frac{26}{15}x + \frac{1}{9}.$$

Exercice 10. Développons puis ordonnons les expressions.

$A = 3(x-7) - 2(x+4) = 3x - 21 - 2x - 8 = x - 29.$

$$B = \frac{x-1}{4} - \frac{2x+2}{3} - 1 = \frac{3(x-1)}{12} - \frac{4(2x+2)}{12} - \frac{12}{12} = \frac{3x-3-8x-8-12}{12} = \frac{-5x-23}{12}.$$

$$C = \frac{2}{3}\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{1}{2}\left(3 - \frac{x}{3}\right) + 2 = \frac{2}{3} \times \frac{x}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{x}{3} = \frac{x}{3} - \frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{x}{6} + 2$$
$$= \frac{2x}{6} - \frac{4}{6} - \frac{9}{6} + \frac{x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{3x}{6} - \frac{1}{6} = \frac{x}{2} - \frac{1}{6}.$$

$$D = \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + x\left(\frac{x+4}{3}\right) = \frac{x^2 - 2x + 1}{4} + \frac{x^2 + 4x}{3} = \frac{3(x^2 - 2x + 1)}{12} + \frac{4(x^2 + 4x)}{12}$$
$$= \frac{3x^2 - 6x + 3 + 4x^2 + 16x}{12} = \frac{7x^2 + 10x + 3}{12}.$$

Exercice 11. Calculons les expressions suivantes de manière judicieuse.

$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{8}{12} - \frac{9}{12}\right)\left(\frac{8}{12} + \frac{9}{12}\right) = -\frac{1}{12} \times \frac{17}{12} = -\frac{17}{144}.$

Ou aussi :

$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{9}{16} = \frac{4 \times 16}{144} - \frac{9 \times 9}{144} = \frac{64}{144} - \frac{81}{144} = -\frac{17}{144}.$

$B = \left(\sqrt{5} + 4\right)^2 - \left(\sqrt{5} + 3\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 4 + 4^2 - \left(\left(\sqrt{5}\right)^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 3 + 3^2\right)$

$= 5 + 8\sqrt{5} + 16 - 5 - 6\sqrt{5} - 9 = 7 + 2\sqrt{5}.$

$C = \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{10} + \frac{25}{10}\right)^2 = \left(\frac{29}{10}\right)^2 = \frac{29^2}{10^2} = \frac{841}{10}.$

$D = \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{5} + \sqrt{7}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} + \left(\sqrt{7}\right)^2$

$= 2 + 2\sqrt{6} + 3 + 5 + 2\sqrt{35} + 7 = 17 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{35}.$

Exercice 12. Factorisons les expressions suivantes.

$A = (2x - 1)^2 - (x + 3)(2x - 1) = (2x - 1)[(2x - 1) - (x + 3)] = (2x - 1)(2x - 1 - x - 3)$

$= (2x - 1)(x - 4).$

$B = (4x - 3)(x + 2) - (20x - 15) = (4x - 3)(x + 2) - 5(4x - 3) = (4x - 3)(x + 2 - 5)$

$= (4x - 3)(x - 3).$

$C = (x^2 - 16) + (x - 4)(5x + 7) = (x + 4)(x - 4) + (x - 4)(5x + 7) = (x - 4)(x + 4 + 5x + 7)$

$= (x - 4)(6x + 11).$

$D = (3x - 8)(x - 7) + (x^2 - 49) = (3x - 8)(x - 7) + (x + 7)(x - 7) = (x - 7)(3x - 8 + x + 7)$

$= (x - 7)(4x - 1).$

Exercice 13. Soit $A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6), x \in \mathbf{R}$.

1. Développons, réduisons et ordonnons $A(x)$.

$A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6) = x^2 - 25 - 2(5x + 30 - x^2 - 6x)$

$= x^2 - 25 - 10x - 60 + 2x^2 + 12x = 3x^2 + 2x - 85.$

2. Factorisons $A(x)$.

$A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6) = (x + 5)(x - 5) + 2(x - 5)(x + 6)$

$= (x - 5)\left(x + 5 + 2(x + 6)\right) = (x - 5)(x + 5 + 2x + 12) = (x - 5)(3x + 17).$

3. Développons la forme factorisée de $A(x)$ et comparons avec la forme développée vue en 1.

$A(x) = (x - 5)(3x + 17) = 3x^2 + 17x - 15x - 85 = 3x^2 + 2x - 85.$

4. Choisissons l'expression la mieux adaptée pour la calculer les nombres suivants.

On calcule $A\left(\sqrt{2}\right)$ avec la forme développée :

$A\left(\sqrt{2}\right) = 3 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2 \times \sqrt{2} - 85 = 3 \times 2 + 2\sqrt{2} - 85 = 6 + 2\sqrt{2} - 85 = -79 + 2\sqrt{2}.$

On calcule $A(5)$ avec la forme factorisée :

$A(5) = (5 - 5)(3 \times 5 + 17) = 0 \times (15 + 17) = 0.$

On calcule $A(-6)$ avec la forme développée :

$A(-6) = (6^2 - 25) - 2(5 + 6)(-6 + 6) = 36 - 25 - 2 \times 11 \times 0 = 36 - 25 = 11.$

On calcule $A\left(2 - \sqrt{3}\right)$ avec la forme développée :

$A\left(2 - \sqrt{3}\right) = 3\left(2 - \sqrt{3}\right)^2 + 2\left(2 - \sqrt{3}\right) - 85 = 3\left(4 - 4\sqrt{3} + 3\right) + 4 - 2\sqrt{3} - 85$

$= 12 - 12\sqrt{3} + 9 + 4 - 2\sqrt{3} - 85 = 12 + 9 + 4 - 85 - 12\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -60 - 14\sqrt{3}.$

On calcule $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ avec la forme développée :

$$A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=3\times\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+2\times\frac{1}{\sqrt{2}}-85=3\times\frac{1}{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}-85=\frac{3}{2}+\frac{2\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}-85=\frac{3}{2}+\sqrt{2}-85$$
$$=1{,}5+\sqrt{2}-85=-83{,}5+\sqrt{2}.$$

Exercice 14. Complétons les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

On a : $A=x^2+6x+\cdots=(x+\cdots)^2$ puis : $A=x^2+2\times x\times 3+\cdots=(x+\cdots)^2$ donc :
$$A=x^2+2\times x\times 3+3^2=(x+3)^2.$$
On a : $B=\cdots-12x+9=(\ldots-\cdots)^2$ puis : $B=\cdots-2\times 2x\times 3+3^2=(\ldots-3)^2$ donc :
$$B=(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2=(2x-3)^2.$$
On a : $C=16x^2-\cdots+4y^2=(\ldots-\cdots)^2$ puis : $C=(4x)^2-\cdots+(2y)^2=(4x-2y)^2$ donc :
$$C=(4x)^2-2\times 4x\times 2y+(2y)^2=(4x-2y)^2.$$
On a : $D=\cdots+30ab+\cdots=(\ldots+3b)^2$ puis : $D=(\ldots)^2+2\times 5a\times 3b+(\ldots)^2=(\ldots+3b)^2$ et : $D=(5a)^2+2\times 5a\times 3b+(3b)^2=(\ldots+3b)^2$ donc :
$$D=(5a)^2+2\times 5a\times 3b+(3b)^2=(5a+3b)^2.$$

Exercice 15. Complétons les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

$A=x^2+14xy+\cdots=(\ldots+\cdots)^2$ donc : $A=x^2+2\times x\times 7y+\cdots=(x+\cdots)^2$ donc :
$$A=x^2+2\times x\times 7y+(7y)^2=(x+7y)^2.$$
$B=\cdots-48x+64=(\ldots-\cdots)^2$ donc : $B=\cdots-2\times 3x\times 8+8^2=(\ldots-\cdots)^2$ donc :
$$B=(3x)^2-2\times 3x\times 8+8^2=(3x-8)^2.$$
$C=\frac{4}{9}x^2-\cdots+\frac{y^2}{4}=(\ldots-\cdots)^2$ donc : $C=\left(\frac{2}{3}x\right)^2-\cdots+\left(\frac{y}{2}\right)^2=\left(\frac{2}{3}x-\frac{y}{2}\right)^2$ donc :
$$C=\left(\frac{2}{3}x\right)^2-2\times\frac{2}{3}x\times\frac{y}{2}+\left(\frac{y}{2}\right)^2=\left(\frac{2}{3}x-\frac{y}{2}\right)^2.$$
$D=\cdots+ab+\cdots=\left(\ldots+\frac{1}{6}b\right)^2$ donc : $D=\cdots+2\times 3a\times\frac{1}{6}b+\cdots=\left(\ldots+\frac{1}{6}b\right)^2$ donc :
$$D=(3a)^2+2\times 3a\times\frac{1}{6}b+\left(\frac{1}{6}b\right)^2=\left(\ldots+\frac{1}{6}b\right)^2.$$