

Elements correction Application 4.

$$\text{Soit } f(x) = \ln \left( \frac{x+2}{|x^2-1|} \right)$$

• 2 problèmes: ln et fraction

1) ln: il faut que  $\frac{x+2}{|x^2-1|} > 0$

$$\Leftrightarrow x+2 > 0 \quad \Leftrightarrow x > -2$$

2) fraction: il faut que  $|x^2-1| \neq 0 \rightarrow x^2-1 \neq 0$   
 $(x-1)(x+1) \neq 0$   
 $x \neq 1$  et  $x \neq -1$

Donc  $D_f = ]-2; -1[ \cup ]-1; 1[ \cup ]1; +\infty[$

ou  $] -2; +\infty[ \setminus \{-1; 1\}$

2) Par composition de fonctions continues sur leur domaine de def et dérivable,  $f$  est continue et dérivable sur son  $D_f$ .

$$D_f = \text{Dérivable}$$



# PREPA GESTION SORBONNE

- COURS PARTICULIERS PARIS -

- $f$  est continue donc dérivable sur son Df.  
OR, les points  $x=1$  et  $x=-1$  ne sont pas définies, donc pas continues, donc pas dérivables

Rappel : définie  $\rightarrow$  continue  $\rightarrow$  dérivable

alors  $D_{\text{dérivable}} = D_{\text{continue}} = D_{\text{def}}$ .

3)  $f$  par morceaux :

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow (x-1)(x+1) = 0$$

$x=1$  et  $x=-1$

$x^2 - 1$	-2	-1	1	$+\infty$	
	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	+
$f$	$x^2 - 1$		$-x^2 + 1$		$x^2 - 1$
alors	$\ln\left(\frac{x+2}{x^2-1}\right)$		$\ln\left(\frac{x+2}{1-x^2}\right)$		$\ln\left(\frac{x+2}{x^2-1}\right)$
	$f_1$		$f_2$		$f_2$

$$4) f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{|x^2-1|}\right) = \ln(x+2) - \ln|x^2-1|$$



sur  $I_2 = ]-1, 1[$

(4)

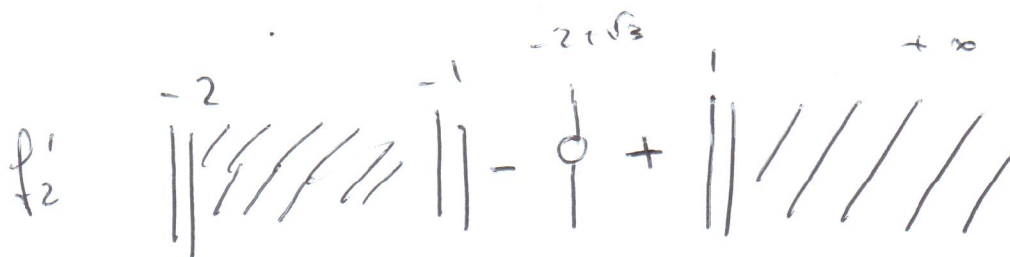
$$f(u) = f_2(u)$$

$$f_2'(u) = [\ln(u+2)]' - [\ln(1-u^2)]'$$

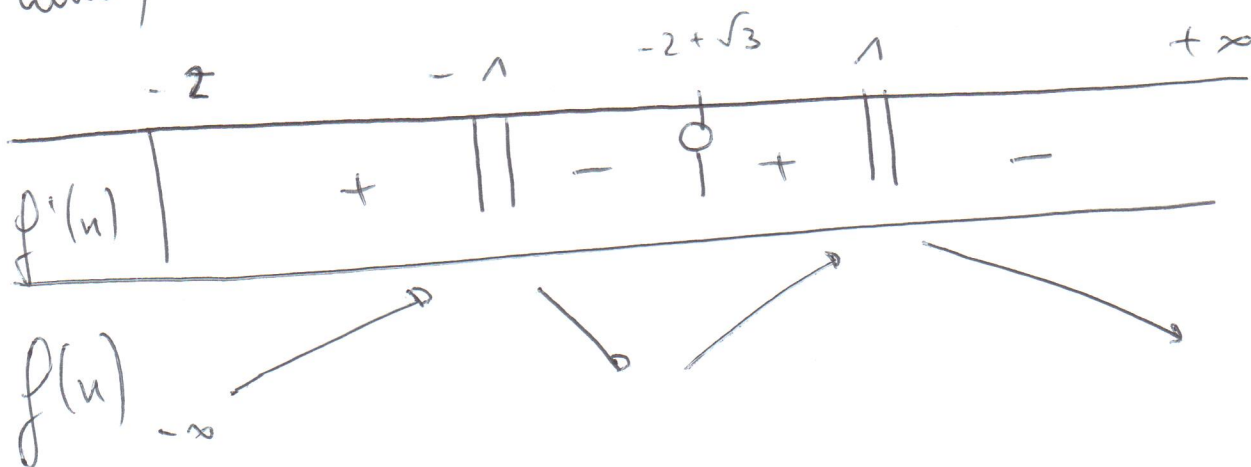
$$= \frac{1}{u+2} - \frac{-2u}{1-u^2}$$

$$= \frac{1-u^2 + 2u(u+2)}{(u+2)(1-u^2)} = \frac{u^2 + 4u + 1}{(u+2)(1-u^2)}$$

même  $\Delta$  et mêmes solutions  $\begin{cases} x_1 = -2 + \sqrt{3} \in Df \\ x_2 = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$



ainsi,



$$\bullet \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \underbrace{\ln(x+2)}_{-\infty} - \underbrace{\ln(x^2-1)}_{\ln 3}$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \ln(x^2+2) - \underbrace{\ln(x^2-1)}_{\substack{\ln 0 \\ \underbrace{\quad} \\ -\infty \\ \underbrace{\quad} \\ -(+\infty)}}$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +1} f(x) = \lim_{x \rightarrow +1} \ln(x+2) - \ln|x^2-1| = \ln 3 - \ln(x^2-1) - (-\infty) = +\infty$$

On a 3 AV en  $x = -2$ ;  $x = -1$  et  $x = 1$

en  $+\infty$ :  $f(x) \rightarrow -\infty$ , on regarde  $\frac{f(x)}{x}$

$$\text{or } \frac{f(x)}{x} = \frac{\ln(x+2)}{x} - \frac{\ln|x^2-1|}{x} = 0 \text{ par CC.}$$

La branche parabolique de direction (ox).  
en  $+\infty$ .

$$\begin{aligned}
 7) \quad f(-2+\sqrt{3}) &= \ln(-2+\sqrt{3}+2) - \ln[(-2+\sqrt{3})^2 - 1] \\
 &= \ln \sqrt{3} - \ln(4 - 4\sqrt{3} + 3 - 1) \\
 &= \ln \sqrt{3} - \ln(6 - 4\sqrt{3}) \\
 &= \ln \left( \frac{\sqrt{3}}{6 - 4\sqrt{3}} \right)
 \end{aligned}$$

